# О системах переписывания процессов высокого уровня

И.А. Ломазова

*НИУ ВШЭ, Москва*

*Математические основы информатики и информационно-коммуникационных систем*

*г. Тверь, 3-8 декабря 2021 г.*

Институт математики СО РАН, Новосибирск

Семинар Отдела теории автоматов и матлингвистики,
Новосибирск, 1970-е годы

100-летие П.С. Новикова в МГУ Москва, 2001 г.

МСО Москва, сентябрь 2003 г.

PSSV Нижний Новгород, июль 2012 г.

Тверь, 6 января 2016 г.

# О системах переписывания процессов высокого уровня

*Формальные модели параллельных и распределенных систем*

# Формальные модели параллельных и распределенных систем

- Алгебры процессов
- Сети Петри
- Системы переписывания процессов

  *Process Rewrite Systems* (R. Mayr) и некоторые их обобщения

# Алгебра процессов BPP (Basic Parallel Processes)

_._ - последовательное выполнение,
_+_ - недетерминированный выбор,
_‖_ - параллельное выполнение

*BPP-программа*: набор равенств вида
$\{X_i=E_i\}$ $0 \le i \le n$, где

$X_i$ – переменные, a – атомарное действие,
$E ::= \varepsilon \mid a \mid X_i \mid a.E \mid E_1+E_2 \mid E_1 \| E_2$,
$\varepsilon$ – пустой процесс

# Семантика BPP

$$a.E \to_a E \qquad \frac{E \to_a E'}{E+F \to_a E'} \qquad \frac{F \to_a F'}{E+F \to_a F'}$$

$$\frac{E \to_a E'}{E \| F \to_a E' \| F} \qquad \frac{F \to_a F'}{E \| F \to_a E \| F'}$$

$$\frac{E \to_a E'}{X \to_a E'} \ (X:=E)$$

# Алгебра процессов BPA (Basic Process Algebra)

_._ - последовательное выполнение,

_+_ - недетерминированный выбор

*BPA-программа:* набор равенств вида

$\{X_i=E_i\}\ 0\le i\le n$, где

$E::=\varepsilon \mid a \mid X_i \mid E_1.E_2 \mid E_1+E_2$,

# Семантика BPA

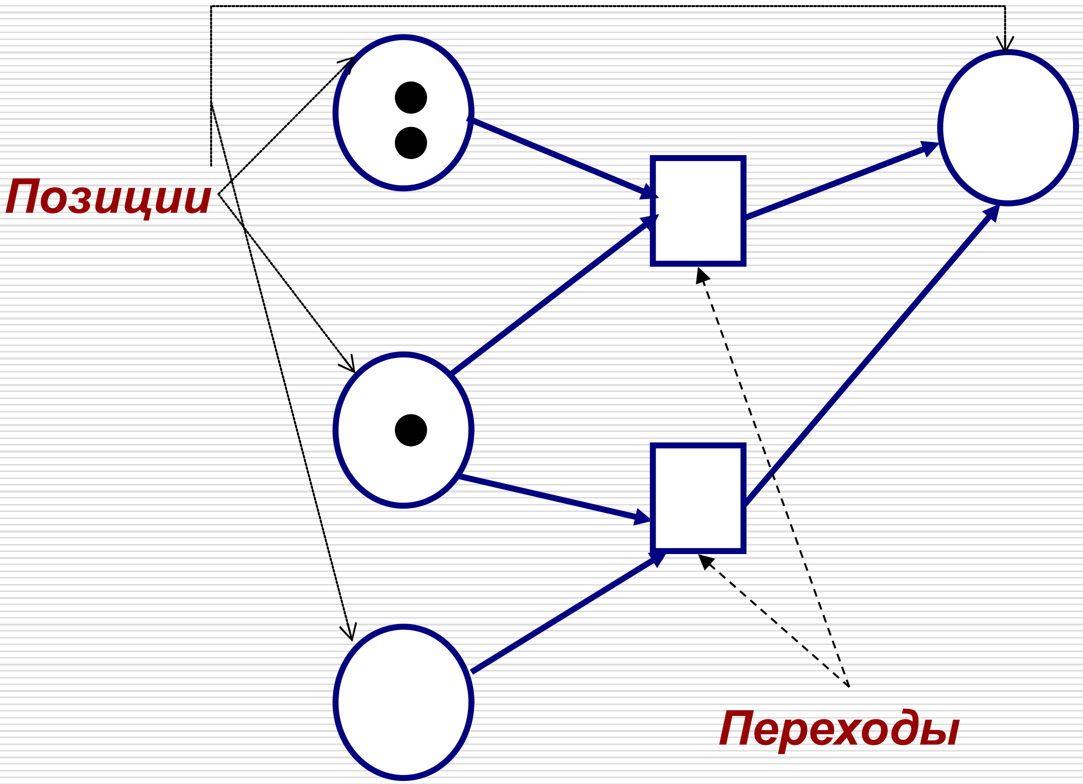
$$\frac{E \to_a E'}{E+F \to_a E'} \qquad \frac{F \to_a F'}{E+F \to_a F'}$$

$$\frac{E \to_a E'}{E.F \to_a E' \parallel F} \qquad \frac{\mathit{isnil}(E),\ F \to_a F'}{E.F \to_a F'}$$

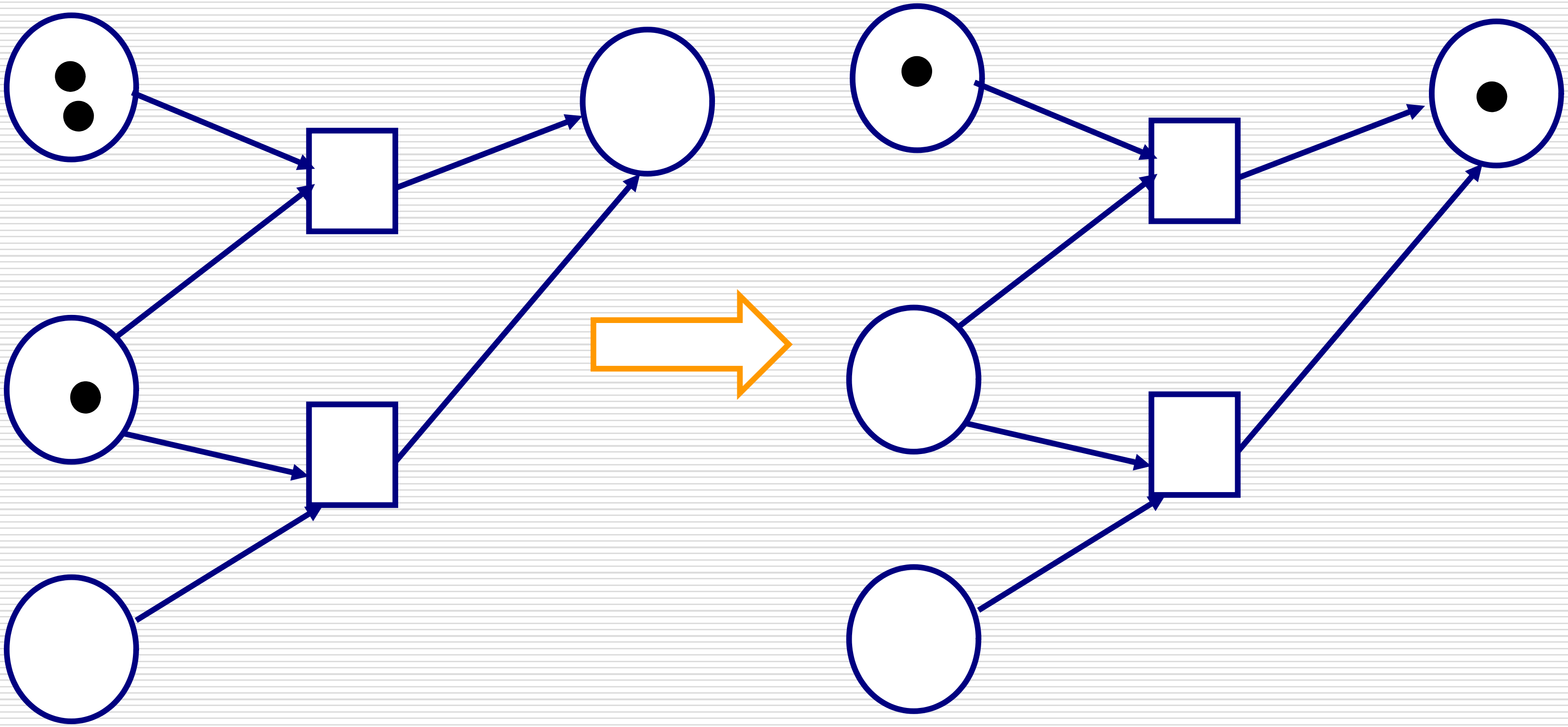
$$\frac{E \to_a E'}{X \to_a E'}\ (X:=E)$$

*isnil*(E) iff $E \sim \varepsilon$

# Обыкновенная сеть Петри



# Срабатывание перехода



# PRS-системы (Process Rewrite Systems)

$Act = \{a,b,\ldots\}$ – имена действий,
$Atom = \{\varepsilon,A,B,\ldots\}$ атомы.
$\_.\_,\ \_\|\_$ – операции.

*$\_.\_$ и $\_\|\_$ – ассоциативны, $\_\|\_$ – коммутативна,*
*$\varepsilon.P = P;\ \varepsilon\|P = P$*

$P ::= \varepsilon \mid X \mid P_1.P_2 \mid P_1\|P_2$

PRS-система $(t_0,\Delta)$,
где $\Delta$ – набор правил вывода вида $(t_1 \to_a t_2)$

# PRS-системы: правила вывода

$$\mathrm{R}_1 : \frac{(t_1 \xrightarrow{a} t_2) \in \Delta}{(t_1 \xrightarrow{a} t_2)} \qquad \mathrm{R}_2 : \frac{t_1 \xrightarrow{a} t_1'}{t_1 \| t_2 \xrightarrow{a} t_1' \| t_2}$$

$$\mathrm{R}_3 : \frac{t_2 \xrightarrow{a} t_2'}{t_1 \| t_2 \xrightarrow{a} t_1 \| t_2'} \qquad \mathrm{R}_4 : \frac{t_1 \xrightarrow{a} t_1'}{t_1 . t_2 \xrightarrow{a} t_1' . t_2}$$

# Классификация PRS-систем

Классы PRS-термов:

- **1** – атомы;
- **S** – последовательная композиция атомов;
- **P** – параллельная композиция атомов;
- **G** – все термы.

$(\alpha\to\beta)$-PRS – системы с правилами вида $(\alpha\to\beta)$.

# Иерархия PRS-систем

# Сообщества взаимодействующих автоматов

$\Sigma=(A_1,\ldots,A_k)$ – набор конечных недет.автоматов

*Автомат* $A_i$:

$\alpha_i$ – имя автомата $A_i$,

$Q_i$ – множество состояний,

множество имен автономных $U$, синхронизированных $L$, порождающих $\mathcal{A}$ действий,

$\theta_i : Q_i\times(U\cup L\cup \mathcal{A}) \rightarrow 2^{Q_i}$ – функция переходов,

начальное $q^0_i$ и заключительные $F_i$ состояния.

*Шаги автомата*: автономные, синхронные, порождающие

# Взаимодействующие автоматы и PRS-системы

Класс сообществ взаимодействующих автоматов совпадает с классом (**2**,**2**)-PRS-систем, где

**2**-термы –параллельная композиция не более двух атомов, например, A, A‖A, A‖B

# (P,P)-PRS-системы с процедурами

$Act = \{a,b,\ldots\}$ – имена действий, $Atom = \{\varepsilon, A, B, \ldots\}$ атомы.
$\_\|\_$ – параллельная композиция – *ассоциативна и коммутативна*
$\varepsilon \| P = P$

$T_0$ – термы как в (P,P)-PRS.

$\Pi_0$ – процедуры: для $t_1, t_2 \in T_0$ : $(t_1 \Rightarrow_a t_2) \in \Pi_0$

Термы и процедуры суть процессы.
$P_0$ – процессы: для $p1, p2 \in P_0$ : $(p1 \| p2) \in P_0$

$\Delta$ – набор правил вывода вида $(p_1 \rightarrow_a p_2)$

# (P,P)-PRS-системы с процедурами и сети Петри

- Процедуры – переходы сетей Петри
- Термы – разметки (состояния)
- Правила могут менять не только состояния, но и структуру системы (удалять, добавлять переходы)

# (P,P)-PRS-системы с процедурами - семантика

Аксиома

$$((t_1 \Rightarrow_a t_2) \| t_1) \to_a ((t_1 \Rightarrow_a t_2) \| t_2)$$

Правила

R1: $$\frac{(p_1 \to_a p_2) \in \Delta}{p_1 \to_a p_2}$$

R2: $$\frac{p_1 \to_a p_1'}{p_1 \| p_2 \to_a p_1' \| p_2}$$

R3: $$\frac{p_2 \to_a p2'}{p_1 \| p_2 \to_a p_1 \| p_2'}$$

Для п $\in \Pi_0$ : (п $\|$ п) = п

# (P,P)-PRS-системы высокого уровня

В процедурах и правилах вывода наряду с атомами используются переменные из *Var*.

<u>*Ограничение*</u>:

- для процедуры $(t_1 \Rightarrow_a t_2) \in \Pi$: $Var(t_2) \subseteq Var(t_1)$
- для правила $(p_1 \rightarrow_a p_2) \in \Pi$: $Var(p_2) \subseteq Var(p_1)$

# (P,P)-PRS-системы высокого уровня - семантика

Процедура (правило) π′ есть конкретизация процедуры (правила) π′, если π′ получена одновременной подстановкой термов вместо некоторых переменных в π:
$\pi' \sqsubseteq_c \pi$

Доп. Правила

R4:
$$\frac{(p_1 \rightarrow_a p_2) \in \Delta,\ (p_1' \rightarrow_a p_2') \sqsubseteq_c (p_1 \rightarrow_a p_2)}{p_1' \rightarrow_a p_2'}$$

R5:
$$\frac{(t_1' \Rightarrow_a t_2') \sqsubseteq_c (t_1 \Rightarrow_a t_2)}{((t_1 \Rightarrow_a t_2) \| t_1') \rightarrow_a ((t_1 \Rightarrow_a t_2) \| t_2')}$$

# Семантические проблемы

***Проблема останова:***

по данному начальному состоянию определить, верно ли, что всякое исполнение конечно.

Если на множестве состояний определен частичный порядок ≥, то ***Проблема поддержки управляющего состояния:***

для данного состояния M установить, существует ли исполнение, в котором всякое достижимое состояние M' удовлетворяет условию M' ≥ M.

# Вполне структурированные системы переходов

*WSTS [A. Finkel 90, P.A. Abdula et al 96]*

Система переходов $\Sigma = (S, \rightarrow, \preccurlyeq)$ с квазипорядком $\preccurlyeq$ на состояниях, таким что

– $\preccurlyeq$ - правильный квазипорядок, т.е. для любой бесконечной последовательности $s0, s1, s2, \ldots$ в $S$, найдутся индексы $i < j$ такие что $si \preccurlyeq sj$.

– $\preccurlyeq$ совместим с $\rightarrow$, т.е. для $s1 \preccurlyeq t2$ и перехода $s1 \rightarrow s2$, имеется переход $t1 \rightarrow t2$ *с тем же именем*, что $s2 \preccurlyeq t2$.

# Разрешимость для ВССП

Проблемы останова и поддержки управляющего состояния разрешимы для ВСПП, если

(1) Выполняется условие совместимости,

(2) $\preccurlyeq$ разрешим,

(3) Множество состояний, достижимых из M за один шаг, вычислимо.

*[A. Finkel 90, P.A. Abdula et al 96]*

# (P,P)-PRS-системы высокого уровня - вполне структурированные

(P,P)-PRS-система высокого уровня являются вполне структурированной системой переходов относительно следующего квазипорядка :

- для любого атома A и переменной X: $A \preccurlyeq A$ и $X \preccurlyeq X$
- $p_1 \preccurlyeq p_1 \parallel p_2$
- если $(p_1' \rightarrow_a p_2') \sqsubseteq_c (p_1 \rightarrow_a p_2)$,

  то $(p_1' \rightarrow_a p_2') \preccurlyeq (p_1 \rightarrow_a p_2)$

# (P,P)-PRS-системы высокого уровня - разрешимость

Проблемы останова и поддержки управляющего состояния разрешимы для (P,P)-PRS-систем высокого уровня

# (P,P)-PRS-системы – бисимуляционная эквивалентность

$R \subseteq \boldsymbol{M}(P) \times \boldsymbol{M}(P)$ — отношение эквивалентности на множестве состояний

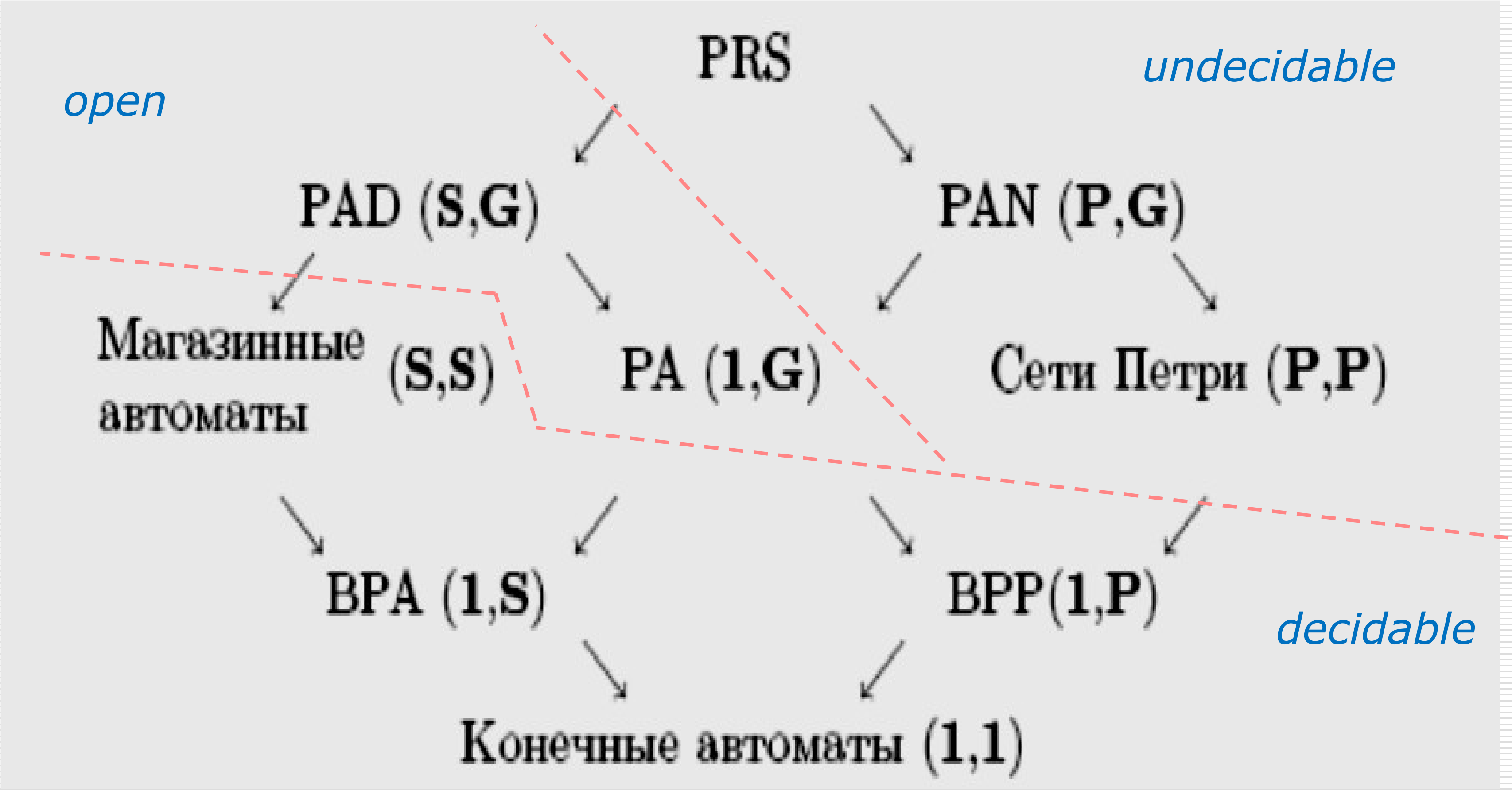
Свойство переноса для $R$:

$$
\begin{array}{ccc}
M_1 & R & M_2 \\
\downarrow t & & \downarrow (\exists)\ u,\ l(u) = l(t) \\
M_1' & R & M_2'
\end{array}
$$

Если $R$ и $R^{-1}$ обладают свойством переноса, то $R$ является бисимуляцией разметок

$(\sim)$ — наибольшая (отн. $\subseteq$) бисимуляция разметок.

# (P,P)-PRS-системы – бисимуляционная эквивалентность



# Бисимуляция ресурсов в сетях Петри

Отношение эквивалентности $B$ на разметках сети Петри называется бисимуляцией ресурсов, если $B^{AT}$ – бисимуляция разметок,

*где* $B^{AT}$ *– замыкание* $B$ *по транзитивности*

Наибольшая бисимуляция ресурсов разрешима для (P,P)-PRS-систем (сетей Петри).

¿ Разрешимость наибольшей бисимуляции ресурсов для (P,P)-PRS-системы высокого уровня ?

# Спасибо!